

Produit scalaire dans l'espace

Terminale S

$$\vec{u} \cdot \vec{v}$$

Olivier Lécluse

Table des matières



Introduction	3
I - Notion de produit scalaire dans l'espace	4
1. Définition et propriétés	4
2. Exercice : Calcul du produit scalaire dans un cube	5
3. Règles de calcul	5
4. Exercice : Dans un tétraèdre	6
II - Équation cartésienne d'un plan	7
1. Vecteur normal à un plan	7
2. Exercice : ROC : Droite orthogonale à un plan	8
3. Propriété des vecteurs normaux à un plan	8
4. Exercice : Vecteur normal à un plan	9
5. Équation cartésienne de plan.	9
6. Exercice : Déterminer une équation cartésienne de plan	10
7. Exercice : Intersection Droite-Plan	10
III - Tester ses connaissances	11
Contenus annexes	13
Solutions des exercices	15

Introduction



Vous avez vu l'an dernier un outil puissant pour prouver l'orthogonalité de deux vecteurs : le produit scalaire.

Ce produit scalaire est également très utilisé en physique puisqu'il permet de mettre en évidence le travail d'une force.

Nous allons le généraliser cette année à l'espace et l'appliquer pour déterminer les équations cartésiennes de plan.

Pour ce chapitre on révisera avec intérêt le produit scalaire dans le plan vu en classe de première.

Notion de produit scalaire dans l'espace



Définition et propriétés

4

Exercice : Calcul du produit scalaire dans un cube

5

Règles de calcul

5

Exercice : Dans un tétraèdre

6

Nous allons dans ce paragraphe étendre le produit scalaire que vous connaissez dans le plan à l'espace.

Dans tout ce paragraphe, on travaillera dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1. Définition et propriétés

Définition

Étant donnés deux vecteurs $\vec{u}(x, y, z)$ et $\vec{v}(x', y', z')$

on appelle *produit scalaire* de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$, le **nombre réel**

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

Exemple

avec $\vec{u}(1; 2; -1)$ et $\vec{v}(2; -1; 1)$, on obtient $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$

Complément

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = x^2 + y^2 + z^2 = \|\vec{u}\|^2.$$

On note parfois ce nombre $\vec{u}^2$

Fondamental : Expression du produit scalaire en fonction des normes des vecteurs.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$$

On démontrera cette formule en exercice.

Fondamental : Expression du produit scalaire en fonction de l'angle des vecteurs

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

De cette relation, on en déduit cette propriété fondamentale du produit scalaire. En effet, le produit scalaire de deux vecteurs non nuls sera nul lorsque le cosinus de l'angle des deux vecteurs sera nul donc lorsqu'ils formeront un angle de $\frac{\pi}{2}$ modulo π

Fondamental : Produit scalaire et orthogonalité

Les vecteurs **non nuls** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$



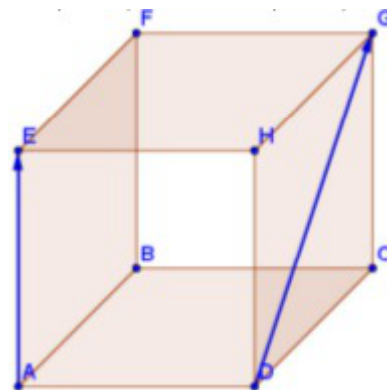
Exemple

Si $\vec{u}(1; 1; -2)$ et $\vec{v}(1; 1; 1)$

Alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux puisque $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 + 1 - 2 = 0$

2. Exercice : Calcul du produit scalaire dans un cube

On considère un cube ABCDEFGH d'arête a .



Question

[Solution n°1 p 15]

Calculer $\vec{AE} \cdot \vec{DG}$ de 3 manières différentes.

3. Règles de calcul

Fondamental

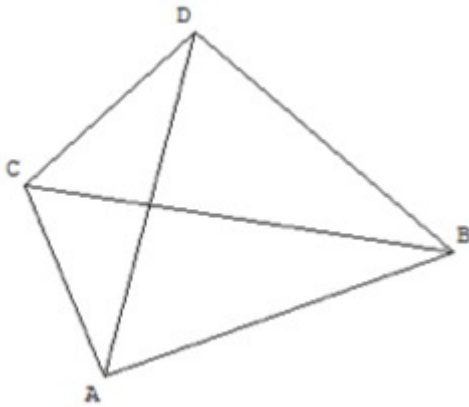
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace, et $k \in \mathbb{R}$. Alors on a les propriétés suivantes

- symétrie : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- bilinéarité : $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
- égalités remarquables :
 - $(\vec{u} + \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$
 - $(\vec{u} - \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$
 - $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$

Complément : Démonstration : exercice.

La démonstration de ces propriétés découle immédiatement de la définition et est laissée en exercice.

4. Exercice : Dans un tétraèdre



On considère ABCD un tétraèdre régulier d'arête a .

Question 1

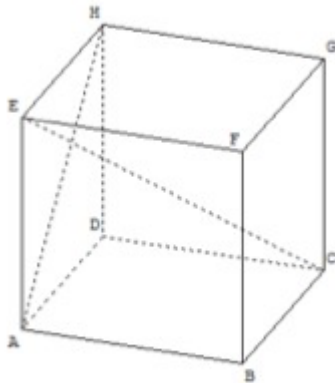
[Solution n°2 p 15]

Démontrer que deux arêtes opposées sont orthogonales. On pourra par exemple considérer (AB) et (CD)

Indice :

On pourra remarquer que $\vec{CD} = \vec{CA} + \vec{AD}$

Dans le même esprit



On considère ABCDEFGH un cube d'arête a .

Question 2

[Solution n°3 p 15]

Les vecteurs $\vec{AH}$ et $\vec{CE}$ sont-ils orthogonaux ?



Équation cartésienne d'un plan



Vecteur normal à un plan	7
Exercice : ROC : Droite orthogonale à un plan	8
Propriété des vecteurs normaux à un plan	8
Exercice : Vecteur normal à un plan	9
Équation cartésienne de plan.	9
Exercice : Déterminer une équation cartésienne de plan	10
Exercice : Intersection Droite-Plan	10

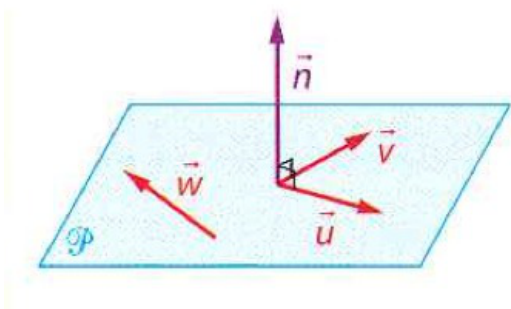
On se rappelle d'une manière d'écrire des équations de plans à l'aide des *équations paramétriques de plans* - p.13. Celles-ci font intervenir deux paramètres et sont en général peu commodes en pratique. On leur préfère souvent les équations cartésiennes de plan qui ressemblent aux équations cartésiennes de droites dans le plan vues en classe de première.

1. Vecteur normal à un plan

 *Définition : Vecteur normal à un plan*

On appelle *vecteur normal* $\vec{n}$ à un plan un vecteur **non nul orthogonal** à tout vecteur de ce plan.

 *Remarque*



Il suffit que ce vecteur normal soit orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan.

En effet si $\vec{n}$ est orthogonal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, alors $\vec{n} \cdot \vec{u} = \vec{n} \cdot \vec{v} = 0$

Soit un vecteur quelconque du plan $\mathcal{P}$. Celui-ci peut se décomposer - p.13 comme combinaison de $\vec{u}$ et $\vec{v}$: $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$ où $x, y \in \mathbb{R}$

Et donc $\vec{n} \cdot \vec{w} = x\vec{n} \cdot \vec{u} + y\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$

Cette propriété va nous permettre de démontrer une propriété déjà rencontrée dans le chapitre sur l'espace sur l'orthogonalité droite-plan. Cette démonstration fera l'objet d'une ROC.

2. Exercice : ROC : Droite orthogonale à un plan

On a vu dans le chapitre sur l'espace - p.13 qu'une droite est orthogonale à toute droite d'un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

Question

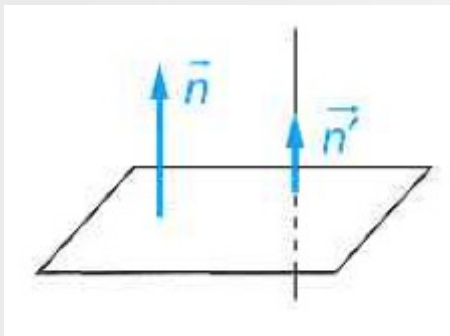
[Solution n°4 p 15]

Supposons qu'une droite Δ soit orthogonale à deux droites (d_1) et (d_2) d'un plan $\mathcal{P}$

Démontrer que Δ est orthogonale à toute droite (d) incluse dans $\mathcal{P}$

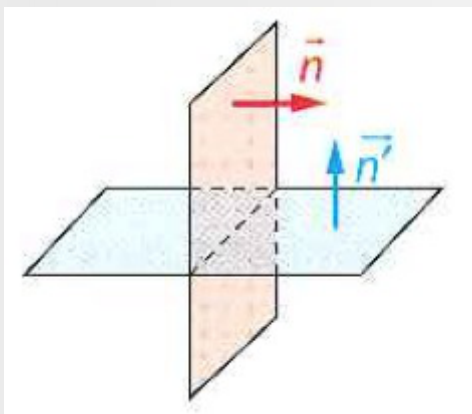
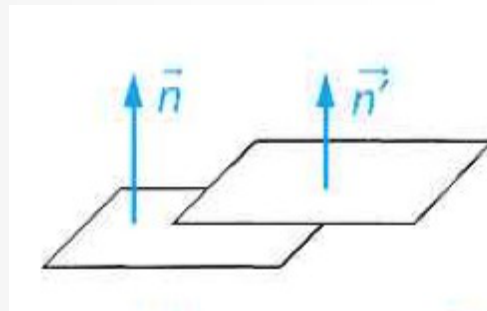
3. Propriété des vecteurs normaux à un plan

 Fondamental : Propriétés (admise)



Tous les vecteurs normaux à un même plan sont colinéaires entre eux.

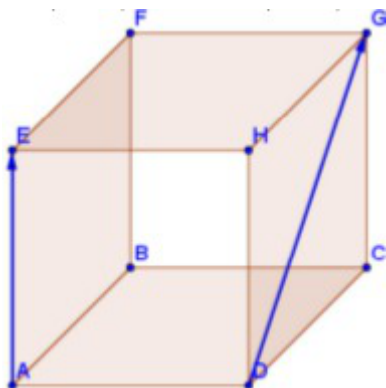
Deux plans sont parallèles si et seulement si un vecteur normal de l'un est colinéaire à un vecteur normal de l'autre.



Deux plans sont perpendiculaires si et seulement si un vecteur normal à l'un est orthogonal à un vecteur normal à l'autre.



4. Exercice : Vecteur normal à un plan



ABCDEFGH est un cube

Question

[Solution n°5 p 16]

Montrer que $\overrightarrow{DG}$ est un vecteur normal au plan (BCH)

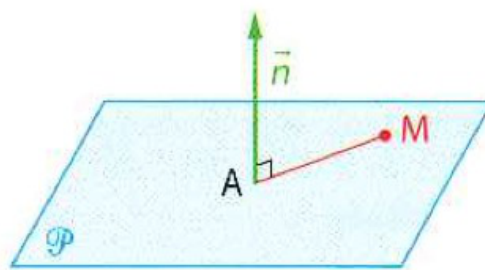
5. Équation cartésienne de plan.

 Fondamental

En règle générale, un plan peut se définir au moyen d'un point et d'un vecteur normal.

Soit $A(0 ; 0 ; 2)$ et $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

L'ensemble des points $M(x ; y ; z)$ vérifiant $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$ est le plan passant par A dont un vecteur normal est $\vec{n}$.



Or $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-0 \\ y-0 \\ z-2 \end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 = x \times 4 + y \times 1 + 2 \times (z - 2)$

On obtient ainsi une équation vérifiée par les coordonnées $(x ; y ; z)$ de tout point du plan $\mathcal{P}$: $4x + y + 2z - 4 = 0$.

On dit que cette équation est l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$

 Fondamental : Équation cartésienne de plan : cas général

Tout plan $\mathcal{P}$ admet une équation cartésienne de la forme: $ax + by + cz + d = 0$ (avec a, b, c non tous nuls).

Le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est alors **normal** à ce plan

Attention

Une telle équation cartésienne n'est pas unique. Il suffit par exemple de la multiplier par 2 pour obtenir une autre équation équivalente.

Exemple : Cas particuliers

Les plans (Oxy), (Oxz) et (Oyz) ont pour équations respectives : $z = 0$, $y = 0$ et $x = 0$.

6. Exercice : Déterminer une équation cartésienne de plan

Question 1

[Solution n°6 p 16]

Déterminer une équation cartésienne du plan passant par $A(2, 1, -3)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Question 2

[Solution n°7 p 16]

Le point $B(2 ; 2 ; -3)$ appartient-il au plan $\mathcal{P}$?

7. Exercice : Intersection Droite-Plan

Dans un repère orthonormé, on considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2x - z = 0$ et la droite (d) d'équation paramétrique

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -3t, \, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 \end{cases}$$

Question

[Solution n°8 p 16]

Etudier l'intersection éventuelle de (d) et $\mathcal{P}$

Indice :

On pourra commencer par étudier si la droite perce le plan.

Tester ses connaissances



Pour ce test d'auto-évaluation final, vous devez obtenir un minimum de 80% de bonnes réponses. En cas d'échec, révisez la section du cours qui vous a posé des difficultés et retentez à nouveau le test.

Exercice 1

Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-3 ; 2 ; 1)$ $B(-1 ; 3 ; -2)$ $C(-5 ; 3 ; 0)$

- ☐ $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires
- ☐ $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont orthogonaux
- ☐ $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ont même norme

Exercice 2

Dans un repère orthonormé, le plan $\mathcal{P}$ a pour équation cartésienne $3x - 2y + z - 5 = 0$

La droite (d) passant par $A(7 ; 2 ; 2)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -4,5 \\ 3 \\ -1,5 \end{pmatrix}$ est :

- ☐ orthogonale à $\mathcal{P}$
- ☐ parallèle à $\mathcal{P}$
- ☐ incluse dans $\mathcal{P}$
- ☐ sécante à $\mathcal{P}$

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation cartésienne $2x + 3y - z + 4 = 0$ et

(d) la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 8 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

- ☐ (d) et $\mathcal{P}$ sont sécants
- ☐ (d) et $\mathcal{P}$ sont strictement parallèles
- ☐ (d) est incluse dans $\mathcal{P}$

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, le plan $\mathcal{P}$ a pour équation cartésienne $x + 2y - 3z - 1 = 0$

- ☐ le plan d'équation $x + 2y - 3z + 1 = 0$ est parallèle à $\mathcal{P}$
- ☐ le plan d'équation $4x - 5y - 2z + 3 = 0$ est perpendiculaire à $\mathcal{P}$
- ☐ le plan d'équation $-3x + 2y - z - 1 = 0$ est perpendiculaire à $\mathcal{P}$

Exercice 5

Dans un repère orthonormé, soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $x + y - 3z + 4 = 0$ et le point $S(1 ; -2 ; 0)$.

Le projeté orthogonal de S sur $\mathcal{P}$ a pour coordonnées :

- ☐ $H(-4 ; 0 ; 0)$
- ☐ $H\left(\frac{7}{9} ; -\frac{2}{3} ; \frac{1}{3}\right)$
- ☐ $H\left(\frac{6}{5} ; -\frac{9}{5} ; -\frac{3}{5}\right)$
- ☐ $H\left(\frac{8}{11} ; -\frac{25}{11} ; \frac{9}{11}\right)$





Contenus annexes

> Orthogonalité Droite-Plan

Définition

Une droite est *orthogonale à un plan* si elle est **orthogonale à toutes les droites** de ce plan.

Complément

Il suffit pour ce faire qu'elle soit orthogonale à **deux droites sécantes** de ce plan

Exemple

La droite (d) est orthogonale au plan $BCGF$ car elle est perpendiculaire aux droites (BM) et (CM) sécantes dans ce plan.

Fondamental : Propriétés

Les propriétés sont la traduction à l'espace de propriétés planes bien connues

- Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l'une est alors orthogonal à l'autre.
- Si deux droites sont orthogonales à un même plan, elles sont alors parallèles.
- Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.
- Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, ils sont alors parallèles.

> Représentation paramétrique d'un plan

L'espace est rapporté à un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$.

Soit

- $A(x_A ; y_A ; z_A)$ un point de l'espace
- $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ deux vecteurs **non colinéaires**.

On sait que $(A ; \vec{u} ; \vec{v})$ définit un unique plan et que tout point M de ce plan définit un vecteur $\overrightarrow{AM}$ qui se décompose de manière unique sur les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$: il existe ainsi deux réels t et t' tels que $\overrightarrow{AM} = t\vec{u} + t'\vec{v}$

Autrement dit, pour tout point $M(x ; y ; z)$ de ce plan, il existe $t, t' \in \mathbb{R}$ vérifiant

$$\begin{cases} x = x_A + t \times a + t' \times a' \\ y = y_A + t \times b + t' \times b' \\ z = z_A + t \times c + t' \times c' \end{cases}$$

Définition

On dit que ce système est une représentation paramétrique du plan $(A ; \vec{u} ; \vec{v})$

> Vecteurs coplanaires

Définition

On dit que **trois** vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont *coplanaires* si et seulement si par définition il existe 4 points A, B, C et D d'un même plan tels que

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB}, \vec{v} = \overrightarrow{AC} \text{ et } \vec{w} = \overrightarrow{AD}$$

Exemple

Dans la figure ci-dessous, les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont *coplanaires*. Le vecteur Jaune n'est coplanaire avec aucun couple de deux autres vecteurs.

Fondamental

Soient trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ tels que $\vec{u}$, $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont *coplanaires* si et seulement si

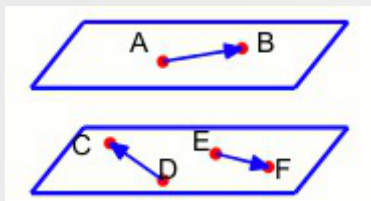
$$\vec{w} = x.\vec{u} + y.\vec{v} \text{ avec } x, y \in \mathbb{R}$$

Complément : Démonstration

Soient A, B, C et D tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}, \vec{v} = \overrightarrow{AC}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$. Puisque $\vec{u}$, $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, les points A, B, C définissent un plan dont $(A; \vec{u}; \vec{v})$ est un repère.

$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires, équivaut à dire que A, B, C et D sont dans un même plan et que l'on peut exprimer les coordonnées de D dans le repère $(A; \vec{u}; \vec{v})$: $D(x; y)$ donc $\overrightarrow{AD} = x.\vec{u} + y.\vec{v} = \vec{w}$ ce qui démontre la propriété

Attention



$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ peuvent être **coplanaires** sans que les points A, B, C, D, E et F soient dans un **même plan** !

Définition

Lorsque trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont **pas coplanaires**, on dit qu'ils sont *indépendants* ou *libres*.

Solutions des exercices



> Solution n°1

Exercice p. 5

 *Méthode : Méthode 1 : dans une base*

Avec la définition dans la base orthonormale $\left(\frac{1}{a}\vec{AD}; \frac{1}{a}\vec{AB}; \frac{1}{a}\vec{AE}\right)$

On a $\vec{AE}(0; 0; a)$ et $\vec{DG}(0; a; a)$

Donc $\vec{AE} \cdot \vec{DG} = a^2$

 *Méthode : Méthode 2 : avec le cosinus*

$$\vec{AE} \cdot \vec{DG} = AE \times DG \times \cos(\vec{AE}, \vec{DG}) = a \times a \sqrt{2} \times \cos -\frac{\pi}{4} = a \times a \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$$

 *Exemple : Méthode 3 : avec la formule des normes*

$$\vec{AE} \cdot \vec{DG} = \frac{1}{2} \left(\|\vec{AE} + \vec{DG}\|^2 - \|\vec{AE}\|^2 - \|\vec{DG}\|^2 \right)$$

Or $\vec{AE} + \vec{DG}(0, a, 2a)$ donc $\|\vec{AE} + \vec{DG}\|^2 = 5a^2$

$$\text{Donc } \vec{AE} \cdot \vec{DG} = \frac{1}{2}(5a^2 - a^2 - 2a^2) = a^2$$

> Solution n°2

Exercice p. 6

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot (\vec{CA} + \vec{AD}) = \vec{AB} \cdot \vec{CA} + \vec{AB} \cdot \vec{AD}$$

$$\text{Or } \vec{AB} \cdot \vec{CA} = -\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -a^2 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = a^2 \cos \frac{\pi}{3}$$

Donc $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = a^2 \cos \frac{\pi}{3} - a^2 \cos \frac{\pi}{3} = 0$ ce qui montre que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont orthogonaux et donc que les arêtes opposées sont bien orthogonales.

> Solution n°3

Exercice p. 6

$$\vec{AH} \cdot \vec{CE} = \vec{AH} \cdot (\vec{CD} + \vec{DE}) = \vec{AH} \cdot \vec{CD} + \vec{AH} \cdot \vec{DE}$$

Or $\vec{AH} \cdot \vec{CD} = 0$ car (CD) est orthogonale au plan (ADB)

$\vec{AH} \cdot \vec{DE} = 0$ car les diagonales du carré $ADHE$ sont perpendiculaires.

donc $\vec{AH} \cdot \vec{CE} = 0$. Les vecteurs sont donc orthogonaux.

Exercice p. 8

> Solution n°4

On note $\vec{u}$ un vecteur directeur de Δ et $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ des vecteurs directeurs de (d1) et (d2).

Δ est orthogonale aux deux droites (d1) et (d2) donc le vecteur $\vec{u}$ est orthogonal aux vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$.

Puisque $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ dirigent (d1) et (d2), deux droites du plan $\mathcal{P}$, alors le vecteur $\vec{u}$ est orthogonal à deux vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ du plan $\mathcal{P}$. C'est donc un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$ d'après la propriété précédente.

On en déduit que le vecteur $\vec{u}$ est orthogonal à tout vecteur du plan $\mathcal{P}$.

Si (d) est une droite incluse dans $\mathcal{P}$ dirigée par $\vec{v}$, alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

Donc les droites Δ et (d) sont orthogonales. CQFD.

> Solution n°5*Exercice p. 9*

Il suffit de montrer que $\overrightarrow{DG}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (BCH) : par exemple $\overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{BC}$

(DG) et (CH) sont perpendiculaires ce qui montre l'orthogonalité des vecteurs $\overrightarrow{DG}$ et $\overrightarrow{CH}$

(BC) est orthogonale à la face (BCHG) donc $\overrightarrow{BC}$ est orthogonal à tout vecteur de cette face, et donc en particulier à $\overrightarrow{DG}$

Par conséquent, on a montré que $\overrightarrow{DG}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (BCH). Donc $\overrightarrow{DG}$ est un vecteur normal au plan (BCH).

> Solution n°6*Exercice p. 10*

$$M \in \mathcal{P} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow (x-2) \times 1 + (y-1) \times 1 + (z+3) \times 2 = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z + 3 = 0$$

Nous avons donc notre équation cartésienne.

> Solution n°7*Exercice p. 10*

On injecte les coordonnées de B dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$, ce qui donne : $2 + 2 - 6 + 3 = 1 \neq 0$

Le point B n'appartient donc pas au plan $\mathcal{P}$

> Solution n°8*Exercice p. 10*

Vérification de la position relative de la droite et du plan

La droite (d) est dirigée par le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Le plan $\mathcal{P}$ a pour vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Pour vérifier si la droite $d // \mathcal{P}$, il suffit de vérifier si $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux :



$\vec{u} \cdot \vec{n} = 1 \times 2 + -3 \times 0 + 0 \times -1 = 2 \neq 0$ donc la droite et le plan sont sécants.

Calcul du point d'intersection

On remplace les valeurs de x , y et z de l'équation paramétrique dans l'équation du plan, ce qui nous donne une équation en t .

$2(-1 + t) - 2 = 0$ donc $t=2$

Il suffit ensuite de remplacer la valeur du paramètre obtenue dans l'équation de la droite :

$x = -1 + 2 = 1 ; y = -3 \times 2 = -6 ; z = 2$

Les coordonnées du point d'intersection sont $A(1 ; -6 ; 2)$