

 Définitions

- Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme ou d'une différence.
- Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.
- Factoriser une somme (ou une différence) c'est l'écrire sous forme d'un produit.

 Les règles de développement et de factorisation

Pour tous nombres a, b, c, d et k on a :

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\dots\dots\dots} \\ k \times (a + b) &= \dots\dots\dots \\ k \times (a - b) &= \dots\dots\dots \\ (a + b)(c + d) &= \dots\dots\dots \\ (a + b)^2 &= \dots\dots\dots \\ (a - b)^2 &= \dots\dots\dots \\ (a + b)(a - b) &= \dots\dots\dots \\ & \xleftarrow{\dots\dots\dots} \\ & \dots\dots\dots \end{aligned}$$

EXERCICE 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (2x - 1)^2 + (x + 1)^2$$

$$B = 2(1 - x)(2x + 7)$$

$$C = x + 2(x - 5) + 8(3 - 2x)$$

$$D = (x - 1)(x + 2) - (2x + 5)^2$$

EXERCICE 2

Factoriser, au maximum, les expressions suivantes :

$$E = 4x^2 - 1$$

$$F = (2x + 1)(x + 7) + (x - 1)(x + 7)$$

$$G = (2x + 1)^2 - (3x - 1)(2x + 1)$$

$$H = 2x^3 + 5x^2$$

$$I = (x - 1)^2 - (2x - 3)^2$$

$$J = 4x^2 - 12x + 9$$

$$K = (4x + 3)(x - 1) + 4x + 3$$

$$L = 5 - x + (x - 5)(2x + 1)$$

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur $[-5 ; 2]$ par

$$f(x) = (x - 1)(x - 2) - 2x^2 + 2.$$

(1) Tracer la courbe représentative de f à l'écran de la calculatrice puis à l'aide de celle-ci répondre aux questions suivantes.

On choisira une fenêtre graphique adaptée.

(a) Cette fonction semble-t-elle admettre un maximum ? Si oui, lequel et pour quelle valeur de x ?

(b) Donner les variations de f puis dresser son tableau de variations.

(c) Donner le nombre de points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses puis indiquer les coordonnées de ces points.

(d) Donner le nombre de points d'intersection de la courbe avec l'axe des ordonnées puis indiquer les coordonnées de ces points.

(e) Résoudre graphiquement les équation et les inéquations suivantes :

- $f(x) = 4$;
- $f(x) \geq 4$;
- $f(x) = 0$;
- $f(x) < 0$.

(2) Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

(3) Factoriser $f(x)$.

(4) Choisir la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes :

(a) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

(b) Calculer l'image de 0 par f .

(c) Déterminer les antécédents de 4 par f .

EXERCICE 4

Oscar et Alix doivent tracer sur la plage un circuit de karting. Ils souhaitent construire un circuit en forme de « 8 » et disposent de 80 mètres de plage. Sur la figure ci-dessous sont tracés leurs modèles respectifs, composés chacun de deux cercles tangents ; dans le premier modèle le petit cercle est d'un rayon quelconque (compris entre 0 et 80 m) tandis que dans le second modèle les deux cercles ont même rayon.

De ces deux circuits, lequel est le plus long ?

